Corso di Laurea in Scienze Turistiche

Informatica per il turismo

A.A. 2014/2015

Strumenti di rappresentazione delle informazioni: I Sistemi di Numerazione

Ing. Antonio Francesco Gentile {afgentile@dimes.unical.it}

SISTEMI di NUMERAZIONE

Per SISTEMA DI NUMERAZIONE s'intende :

1. un insieme di simboli usati per rappresentare i numeri
2. una serie di regole usate per
   contare e per eseguire le operazioni.

Il SISTEMA DI NUMERAZIONE più largamente utilizzato è quello DECIMALE.

Esso prende questo nome perché, 10 UNITA' di un DATO ORDINE, formano 1 UNITA' dell'ORDINE IMMEDIATAMENTE SUPERIORE.

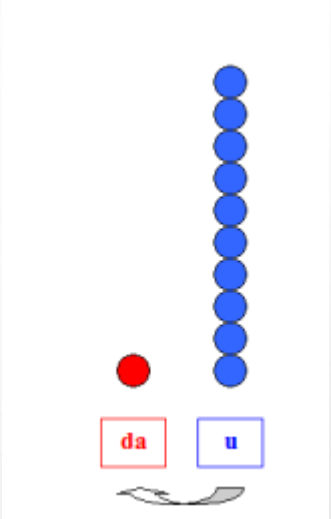
SISTEMI di NUMERAZIONE

- Ecco un primo esempio di sistema di numerazione posizionale:

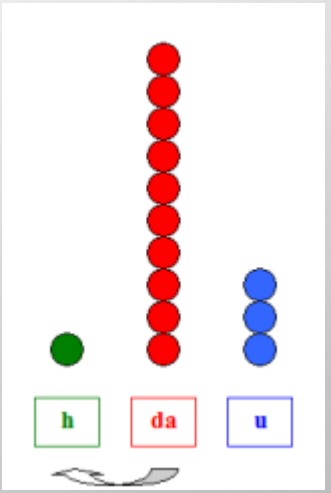
  Nell'immagine a destra vi sono 10 unità (u):

  Le 10 unità equivalgono ad una decina (da)

  Il numero rappresentato graficamente è il numero 10



Nella seconda rappresentazione vi sono :
3 unità (u)
10 decine (da)
10 decine formano 1 centinaio (h) .
Il numero rappresentato graficamente è il 103.



SISTEMI di NUMERAZIONE

Poiché, nel SISTEMA DECIMALE, 10 UNITA' di un DATO ORDINE, formano 1 UNITA' dell'ORDINE IMMEDIATAMENTE SUPERIORE si dice che il numero 10 è la BASE del sistema.

I NUMERI sono rappresentati dalle CIFRE MINORI DELLA BASE, ovvero: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Il SISTEMA DECIMALE si dice POSIZIONALE perché ogni CIFRA assume un VALORE DIVERSO a seconda della POSIZIONE che esso ha nel numero.

ESEMPIO:
1
10
100

Nel primo caso 1 indica 1 unità, nel secondo 1 decina, nel terzo 1 centinaio.

SISTEMI DI NUMERAZIONE
NON POSIZIONALI sono:
il SISTEMA di NUMERAZIONE ROMANO.
i SISTEMI di NUMERAZIONE MESOPOTAMICI.

SISTEMI di NUMERAZIONE

- Il SISTEMA DECIMALE non è però l'unico SISTEMA di NUMERAZIONE esistente. Ne abbiamo anche altri, ad esempio:
  - ✓ il sistema BINARIO
  - ✓ il sistema OTTALE
  - ✓ il sistema ESADECIMALE.
- Tali sistemi hanno rispettivamente, come base:
  - ✓ 2
  - ✓ 8
  - ✓ 16

SISTEMI di NUMERAZIONE

- **Divisione intera coi numeri naturali**
- Se a, b sono numeri naturali, con b diverso da 0, allora esistono due numeri naturali (unici), q, r tali che:

$$\begin{cases} a = \boldsymbol{q}*b + \boldsymbol{r} \\ 0 \leq r < b \end{cases}$$

- ***q*** si chiama quoziente ed ***r*** resto della divisione di a per b.
- Esiste un algoritmo sulla divisione a/b che dimostra l'esistenza e l'unicità di q, r e permette di trovarli

SISTEMI di NUMERAZIONE

- **Esempi di divisione intera coi numeri naturali**
- Dividendo :
  - 15 per 10, 1 è il quoziente e 5 è il resto , perché 15=1×10+5
  - 56 per 7, 8 è il quoziente e 0 è il resto , perché 56=7×8+0
  - 25 per 4, 6 è il quoziente e 1 è il resto , perché 25=6×4+1

- **Il resto della divisione intera coi numeri naturali**

Nel caso dei numeri naturali si indica con $a \bmod b$ il **resto** della divisione di a per b

- **Esempio**
  27 mod 4 = 3

SISTEMA BINARIO

- Il sistema di numerazione binario, o **sistema in base due**, deve il suo nome al fatto che vengono utilizzate solo e soltanto due cifre:

{ 0 , 1 }

- Proprio come nel caso di quello che usiamo tutti i giorni, *il sistema di numerazione binario* è *posizionale*, cioè ha importanza la posizione assunta da ogni singola cifra all'interno di un numero.
- **Per indicare che un numero è scritto utilizzando il codice binario** si racchiude tra parentesi tonde mettendo poi un 2 come pedice, lo stesso si fa con gli altri sistemi numerici.

- Esempio: Prendendo le cifre **1011** si indica :

  $(1011)_{10}$ → **1011= 1000+10+1**

  $(1011)_2$ → **11= 8+2+1**

In particolare, nel caso $(1011)_2$ si indica il numero nella base due ed in questo caso si leggerà: "uno zero uno uno in base due", cioè si leggono le cifre che lo compongono una alla volta.

SISTEMA BINARIO

- **PASSARE DAL SISTEMA BINARIO AL SISTEMA DECIMALE**
- Dato un numero binario **per vedere a quale numero corrisponde nel sistema decimale** basta ricorrere alla forma polinomiale, come nell'esempio seguente in cui si converte in base 10 il numero $(1101)_2$.

SISTEMA BINARIO

Esempi di conversione binario → decimale

1. partendo dalla prima cifra ***a destra*** si assegna la posizione alle cifre del numero da convertire:

$$\underbrace{1}_{4^a}\ \underbrace{1}_{3^a}\ \underbrace{0}_{2^a}\ \underbrace{1}_{1^a}$$

2. si moltiplicano la 1° per 2^0, la 2° per 2^1, la 3° per 2^2, la 4° per 2^3.. e così via se il numero dovesse avere più di 4 cifre;

$$(1101)_2 = 1 \times \underbrace{2^0}_{=1} + 0 \times \underbrace{2^1}_{=2} + 1 \times \underbrace{2^2}_{=4} + 1 \times \underbrace{2^3}_{=8} =$$

3. sommando i valori trovati al punto 2) si otterra' il numero in base 10.

$$= 1 \times 1 + 0 \times 2 + 1 \times 4 + 1 \times 8 = 1 + 0 + 4 + 8 = 13$$

SISTEMA BINARIO

- Esempi di conversione binario → decimale

$$(10100)_2 = 0\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2 + 0\times2^3 + 1\times2^4 = 0+0+4+0+16 = 20$$

$$(110101)_2 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2 + 0\times2^3 + 1\times2^4 + 1\times2^5 = 1+0+4+0+16+32 = 53$$

$$(11001001)_2 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 0\times2^2 + 1\times2^3 + 0\times2^4 + 0\times2^5 + 1\times2^6 + 1\times2^7 = 1+0+0+8+0+0+64+128 = 201$$

SISTEMA BINARIO

- **PASSARE DAL SISTEMA DECIMALE AL SISTEMA BINARIO**
- **Per passare dalla base dieci alla base due** bisogna dividere il numero per 2 e successivamente continuare a dividere i quozienti ottenuti per 2 fino ad ottenere, come quoziente, uno zero.
- I resti delle divisioni, **scritti in ordine inverso**, ci daranno il numero scritto in base due.

SISTEMA BINARIO

- Esempi di conversione decimale → binario
- Come esempio, si vuol scrivere il numero 136 in base due.
- Si parte col dividere 136 ed i quozienti che man mano verranno fuori per 2 appuntandone a lato i resti.
- **Scrivendo i resti all'inverso rispetto all'ordine in cui sono stati ottenuti** si ottiene il valore di 136 nel sistema binario: $136 = (10001000)_2$

$$
\begin{array}{rcrcll}
136 & : & 2 & = & 68 & \text{resto } 0 \\
68 & : & 2 & = & 34 & \text{resto } 0 \\
34 & : & 2 & = & 17 & \text{resto } 0 \\
17 & : & 2 & = & 8 & \text{resto } 1 \\
8 & : & 2 & = & 4 & \text{resto } 0 \\
4 & : & 2 & = & 2 & \text{resto } 0 \\
2 & : & 2 & = & 1 & \text{resto } 0 \\
1 & : & 2 & = & 0 & \text{resto } 1
\end{array}
\quad \uparrow
$$

SISTEMA BINARIO

- Esempi di conversione decimale → binario
- scrivere 29 in base 2
  - $29 = \overbrace{(\ldots.)_2}^{?}$

$$
\begin{array}{rcrcll}
29 & : & 2 & = & 14 & \text{resto } 1 \\
14 & : & 2 & = & 7 & \text{resto } 0 \\
7 & : & 2 & = & 3 & \text{resto } 1 \\
3 & : & 2 & = & 1 & \text{resto } 1 \\
1 & : & 2 & = & 0 & \text{resto } 1
\end{array}
\quad \uparrow
$$

- leggendo i resti al contrario si ha la rappresentazione binaria cercata

$$29 = (11101)_2$$

SISTEMA BINARIO

- Esempi di conversione decimale → binario
- scrivere 287 in base 2

$$287 = \overbrace{(\ldots.)_2}^{?}$$

$$\begin{array}{rcrcll}
287 & : & 2 & = & 143 & \text{resto } 1 \\
143 & : & 2 & = & 71 & \text{resto } 1 \\
71 & : & 2 & = & 35 & \text{resto } 1 \\
35 & : & 2 & = & 17 & \text{resto } 1 \\
17 & : & 2 & = & 8 & \text{resto } 1 \\
8 & : & 2 & = & 4 & \text{resto } 0 \\
4 & : & 2 & = & 2 & \text{resto } 0 \\
2 & : & 2 & = & 1 & \text{resto } 0 \\
1 & : & 2 & = & 0 & \text{resto } 1
\end{array}$$

- leggendo i resti al contrario si ha la rappresentazione binaria cercata

$$287 = (100011111)_2$$

SISTEMA BINARIO: OPERAZIONI

- **ADDIZIONE CON I NUMERI BINARI**
- Per eseguire la somma tra due o più numeri binari la procedura da fare è la seguente:
    1. Prima di tutto, incolonnarli, per farlo nel modo giusto basta posizionarli uno sotto l'altro partendo dalla prima cifra a destra e facendole corrispondere
    2. Una volta incolonnati basta procedere alla somma degli stessi.
- Le regole di somma tra numeri binari sono le seguenti:

$0 + 0 = 0$

$1 + 0 = 1$

$0 + 1 = 1$

$1 + 1 = 0$ con riporto di 1 alla colonna immediatamente a sinistra

SISTEMA BINARIO: OPERAZIONI

- **Esempio di ADDIZIONE CON I NUMERI BINARI**

- $(10100)_2 + (111)_2 = ?$

	1				riporti
1	0	1	0	0	+
		1	1	1	=
1	1	0	1	1	

- Si ottiene il risultato:

$$(10100)_2 + (111)_2 = (11011)_2$$

SISTEMA BINARIO: OPERAZIONI

- **Esempio di ADDIZIONE CON I NUMERI BINARI**

$$(1111)_2 + (1010)_2 + (101)_2 = ?$$

1	1	1	1		riporti
	1	1	1	1	+
	1	0	1	0	+
		1	0	1	=
1	1	1	1	0	

- Si ottiene il risultato:

$$(1111)_2 + (1010)_2 + (101)_2 = (11110)_2$$

SISTEMA BINARIO: OPERAZIONI

- **SOTTRAZIONE TRA NUMERI BINARI**
- Per eseguire la differenza tra due numeri binari bisogna innanzitutto incolonnarli e poi ricordare le linee guida.
  - Quando si fa un prestito da una colonna ad un'altra, l'unità aumenta il suo valore di uno, cioè è come se ricevesse in prestito due 1
  - Ciò equivale alla sottrazione tra numeri naturali, ad esempio 150-40
  - Non potendo eseguire la differenza tra le cifre delle unità, viene fatto il prestito di una decina, equivalente a dieci unità
  - Se ci si sposta di colonna aumenta il valore delle cifre altra giustifica del fatto che il sistema binario è posizionale

$$
\begin{aligned}
0 - 0 &= 0 \\
1 - 0 &= 1 \\
1 - 1 &= 0 \\
0 - 1 &= 1 \quad \text{dopo essersi prestato 1 dalla colonna a sinistra}
\end{aligned}
$$

SISTEMA BINARIO: OPERAZIONI

- ESEMPIO DI SOTTRAZIONE TRA NUMERI BINARI
  - $(11110)_2 - (1010)_2 = ?$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array} \begin{array}{c} - \\ = \\ \\ \end{array}$$

- Quindi:

$$(11110)_2 - (1010)_2 = (10100)_2$$

SISTEMA BINARIO: OPERAZIONI

- ESEMPIO DI SOTTRAZIONE TRA NUMERI BINARI
  - $(10010)_2 - (1101)_2 = ?$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \begin{array}{c} - \\ = \\ \\ \end{array}$$

- Quindi:

$$(10010)_2 - (1101)_2 = (101)_2$$

SISTEMA BINARIO: OPERAZIONI

✓ **PRODOTTO TRA NUMERI BINARI**

Per eseguire la moltiplicazione tra due numeri binari bisogna innanzitutto tener presente che la tabella di riferimento

$$0 \times 1 = 0$$
$$1 \times 0 = 0$$
$$0 \times 0 = 0$$
$$1 \times 1 = 1$$

✓ Si procede poi come per il prodotto tra numeri naturali:

1) si incolonnano i due termini e si traccia una linea
2) si moltiplica ciascuna cifra del secondo fattore per il primo fattore
3) si scrive il risultato del primo prodotto e si cambia di volta in volta riga per riportare gli altri ricordando di lasciare un posto vuoto sotto la prima cifra a destra di ciascun risultato
4) si sommano i vari risultati ottenuti

SISTEMA BINARIO: OPERAZIONI

- ESEMPIO DI PRODOTTO TRA NUMERI BINARI
  - $(110)_2 \times (10)_2 = ?$

$$
\begin{array}{cccc}
 & 1 & 1 & 0 \quad \times \\
 & & 1 & 0 \quad = \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 \quad + \quad \rightarrow 110 \times 0 \\
1 & 1 & 0 & \quad = \quad \rightarrow 110 \times 1 \\
\hline
1 & 1 & 0 & 0
\end{array}
$$

- Quindi :

$$(110)_2 \times (10)_2 = 1100$$

SISTEMA BINARIO: OPERAZIONI

- ESEMPIO DI PRODOTTO TRA NUMERI BINARI
  - $(101)_2 \times (110)_2 = ?$

$$
\begin{array}{ccccc}
 & 1 & 0 & 1 & \times \\
 & 1 & 1 & 0 & = \\
\hline
 & 0 & 0 & 0 & + \quad \rightarrow 101 \times 0 \\
1 & 0 & 1 & & + \quad \rightarrow 101 \times 1 \\
1 & 0 & 1 & & = \quad \rightarrow 101 \times 1 \\
\hline
1 & 1 & 1 & 1 & 0
\end{array}
$$

- Quindi :

$$(101)_2 \times (110)_2 = (11110)_2$$

SISTEMA BINARIO: OPERAZIONI

- Nel parlare dei SISTEMI DI NUMERAZIONE si era detto che ne esistono diversi.

- Oltre al SISTEMA DECIMALE ed al sistema BINARIO esistono, come accennato precedentemente:
  - il sistema OTTALE
  - il sistema ESADECIMALE

SISTEMA OTTALE, CENNI

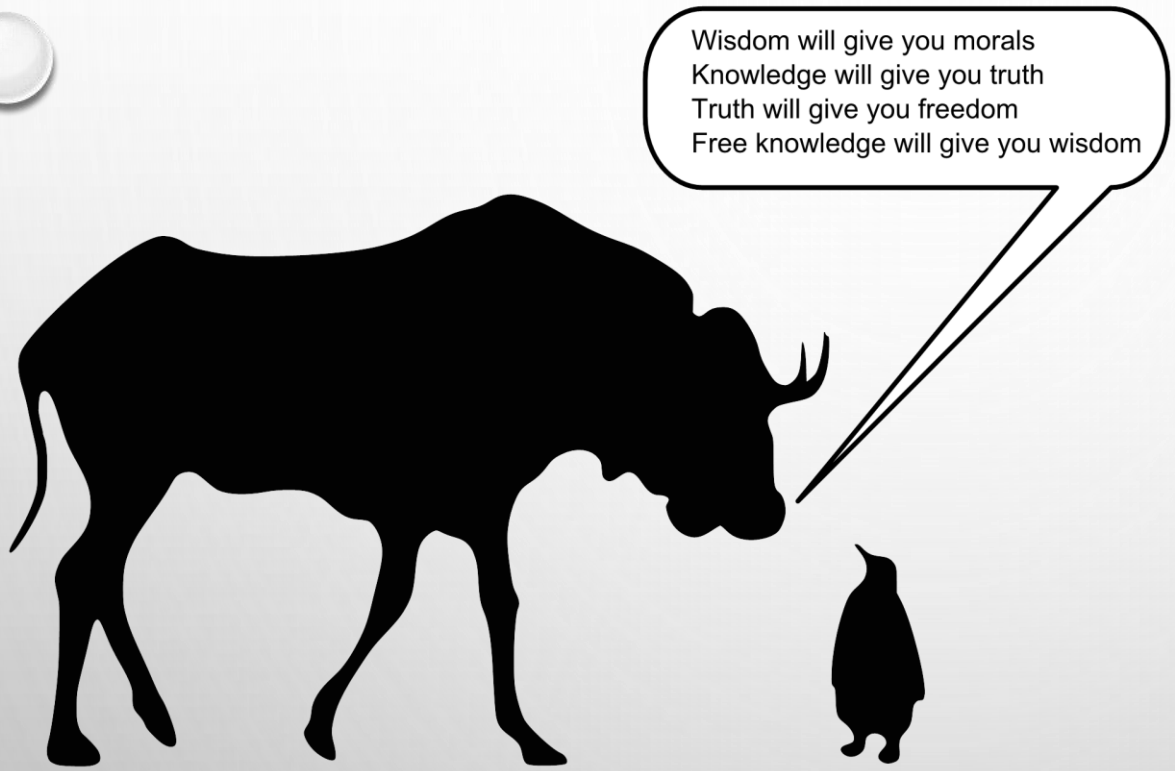
IL SISTEMA OTTALE :

- HA COME BASE 8.
- ESSO È CARATTERIZZATO DAL FATTO CHE 8 UNITA' DI UN DATO ORDINE, FORMANO 1 UNITA' DELL'ORDINE IMMEDIATAMENTE SUPERIORE

- I NUMERI SONO RAPPRESENTATI DALLE CIFRE MINORI DELLA BASE, OVVERO:
  - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
- PER PASSARE DA UN NUMERO DEL SISTEMA DECIMALE AD UN NUMERO DEL SISTEMA OTTALE
  - DIVIDIAMO DAPPRIMA IL NUMERO PER 8
  - POI DIVIDIAMO I SUCCESSIVI QUOZIENTI SEMPRE PER 8
  - IL NUMERO DA NOI CERCATO È DATO DAI RESTI DELLE DIVISIONI SUCCESSIVE PRESI IN ORDINE CONTRARIO.
- PER PASSARE DA UN NUMERO DEL SISTEMA OTTALE AD UN NUMERO DEL SISTEMA DECIMALE DOBBIAMO SCRIVERE IL PRIMO NUMERO COME LA SOMMA DEI PRODOTTI DELLE SUE CIFRE PER LE POTENZE DECRESCENTI DI 8.
- ANCHE LE QUATTRO OPERAZIONI SI ESEGUONO NEI MODI CONSUETI RICORDANDO CHE 8 UNITA' DI UN DATO ORDINE FORMANO 1 UNITA' DELL'ORDINE IMMEDIATAMENTE SUPERIORE.

SISTEMA ESADECIMALE, CENNI

- IL SISTEMA ESADECIMALE
  - HA COME BASE 16
  - ESSO È CARATTERIZZATO DAL FATTO CHE 16 UNITA' DI UN DATO ORDINE, FORMANO 1 UNITA' DELL'ORDINE IMMEDIATAMENTE SUPERIORE.
- PER RAPPRESENTARE UN NUMERO ESADECIMALE SI USANO LE CIFRE DA 0 A 9 ALLE QUALI SI AGGIUNGONO LE PRIME 6 LETTERE DELL'ALFABETO. QUINDI:
  - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D,E, F.
- LE CIFRE DA 0 A 9 HANNO SEMPRE LO STESSO VALORE, MENTRE LE LETTERE HANNO I SEGUENTI VALORI:
  - A = 10
  - B = 11
  - C = 12
  - D = 13
  - E = 14
  - F = 15.
- PER PASSARE DA UN NUMERO DEL SISTEMA DECIMALE AD UN NUMERO DEL SISTEMA ESADECIMALE :
  - DIVIDIAMO DAPPRIMA IL NUMERO PER 16
  - DIVIDIAMO I SUCCESSIVI QUOZIENTI SEMPRE PER 16.
  - IL NUMERO DA NOI CERCATO È DATO DAI RESTI DELLE SUCCESSIVE DIVISIONI PRESI IN ORDINE CONTRARIO.
- PER PASSARE DA UN NUMERO DEL SISTEMA ESADECIMALE AD UN NUMERO DEL SISTEMA DECIMALE DOBBIAMO SCRIVERE IL PRIMO NUMERO COME LA SOMMA DEI PRODOTTI DELLE SUE CIFRE PER LE POTENZE DECRESCENTI DI 16.
- ANCHE LE QUATTRO OPERAZIONI SI ESEGUONO NEI MODI CONSUETI RICORDANDO CHE 16 UNITA' DI UN DATO ORDINE, FORMANO 1 UNITA' DELL'ORDINE IMMEDIATAMENTE SUPERIORE.



La saggezza vi darà la morale,
La conoscenza vi darà la verità,
La verità vi darà libertà,
La conoscenza libera vi darà la saggezza ….

GRAZIE DELL'ATTENZIONE